



BAREME DE NOTARE:

SUBIECTUL I

(10 puncte)

I.	REZOLVARE	PUNCTAJ PARȚIAL	PUNCTAJ TOTAL
I. a)	<p>Ghiulelele trebuie să se ciocnească în punctul de înălțime maximă atins de cea de a doua ghiulea, deoarece în acest caz, prima ghiulea parcurge o distanță minimă și deci timpul până la ciocnire va fi minim.</p> <p>Timpul în care a doua ghiulea atinge înălțimea maximă este:</p> $t = \frac{v_{02}}{g}$ <p>sau înălțimea maximă</p> $h_{2\max} = v_{02} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$ <p>Prima ghiulea trebuie să se afle la înălțimea $h_{2\max}$ după timpul $t + \tau$, deci:</p> $h_{2\max} = v_{01} \cdot (t + \tau) - \frac{g \cdot (t + \tau)^2}{2}$ <p>sau:</p> $v_{02} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = v_{01} \cdot (t + \tau) - \frac{g \cdot t^2}{2} - g \cdot t \cdot \tau - \frac{g \cdot \tau^2}{2}$ <p>de unde</p> $\tau^2 + \frac{2}{g} \cdot (v_{02} - v_{01}) \cdot \tau + \frac{2 \cdot (v_{02} - v_{01}) \cdot v_{02}}{g} = 0$ <p>Rezolvând ecuația se obține:</p> $\tau_{1,2} = \frac{1}{g} \cdot [(v_{01} - v_{02}) \pm \sqrt{v_{01}^2 - v_{02}^2}]$ <p>Deoarece</p> $\sqrt{v_{01}^2 - v_{02}^2} > v_{01} - v_{02}$ <p>Avem o soluție univocă pentru</p> $\tau = \frac{1}{g} \cdot [(v_{01} - v_{02}) + \sqrt{v_{01}^2 - v_{02}^2}]$ $\tau \cong 53,6 \text{ s}$	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>	3p
I. b)	<p>Viteza primei ghiulele în momentul întâlnirii este:</p> $v_1 = v_{01} - g \cdot (\tau + t)$ $v_1 \cong -436 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ <p>Deoarece valoarea vitezei v_1 este negativă înseamnă că ghiuleaua se află în coborâre, iar modulul vitezei este:</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>	1p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



	$v_1 \cong 436 \frac{m}{s}$		
I. c)	<p>Notăm cu α unghiul dintre direcția aruncării și direcția orizontală. Mișcarea ghiulelelor este o mișcare compusă, astfel: -pe verticală (axa Oy) mișcarea este uniform variată. În general pentru urcare până la înălțime maximă:</p> $t_u = \frac{v_{oy}}{g}$ $t_u = \frac{v_o \cdot \sin \alpha}{g}$ $h_{max} = \frac{v_o^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g}$ <p>-pe orizontală (axa Ox) mișcarea este uniformă. În general pentru mișcarea uniformă:</p> $d = v_{ox} \cdot \Delta t$ $\Delta t = t_u + t_c = 2 \cdot t_u$ $d = (v_o \cdot \cos \alpha) \cdot 2 \cdot t_u$ $d = 2 \cdot \frac{v_o \cdot \sin \alpha}{g} \cdot (v_o \cdot \cos \alpha)$ $d = \frac{2 \cdot v_o^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$ <p>Din condiția impusă</p> $d = 4 \cdot h_{max}$ $\frac{2 \cdot v_o^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = 4 \cdot \frac{v_o^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g}$ <p>Rezultă:</p> $\sin \alpha = \cos \alpha$ <p>Rezultă:</p> $\alpha = 45^\circ$ <p>Deoarece unghiul sub care trebuie aruncată ghiuleaua nu depinde de viteza inițială, rezultă că:</p> $\alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>	3p
I. d)	<p>Notăm cu α unghiul dintre direcția aruncării și direcția orizontală. Mișcarea ghiulelelor este o mișcare compusă, astfel: -pe verticală (axa Oy) mișcarea este uniform variată. În general pentru urcare până la înălțime maximă:</p>	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$h_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g}$ <p>Rezultă:</p> $h_{1max} = 40m$ $h_{2max} = 10m$ $h = h_{1max} - h_{2max} = 30m$ <p>Bătaia fiind de patru ori mai mare decât înălțimea maximă rezultă:</p> $x = 2 \cdot h$ $d^2 = x^2 + h^2$ $d = 30 \cdot \sqrt{5}m \cong 67m$	0,25	
	0,25	
	0,25	2p
	0,25	
	0,25	
	0,25	
	0,25	
OFICIU		1p
TOTAL		10p

Barem propus de:

Prof. Gelu MUNTEANU, Liceul Teoretic „Mihail Kogălniceanu” Vaslui

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.